

Môn học: SỨC BỀN VẬT LIỆU

Chương 4. ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA HÌNH PHẪNG

1. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT TĨNH

Mục tiêu:

- *Trình bày được khái niệm về moment tĩnh.*
- *Xác định được trọng tâm của hình phẳng.*
- *Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.*

1. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT TĨNH

1.1. Định nghĩa:

$M(x, y)$ là một điểm bất kỳ trên hình. Lấy chung quanh M một vi phân diện tích dF .

➤ *Moment tĩnh của diện tích F đối với trục x và y là các tích phân:*

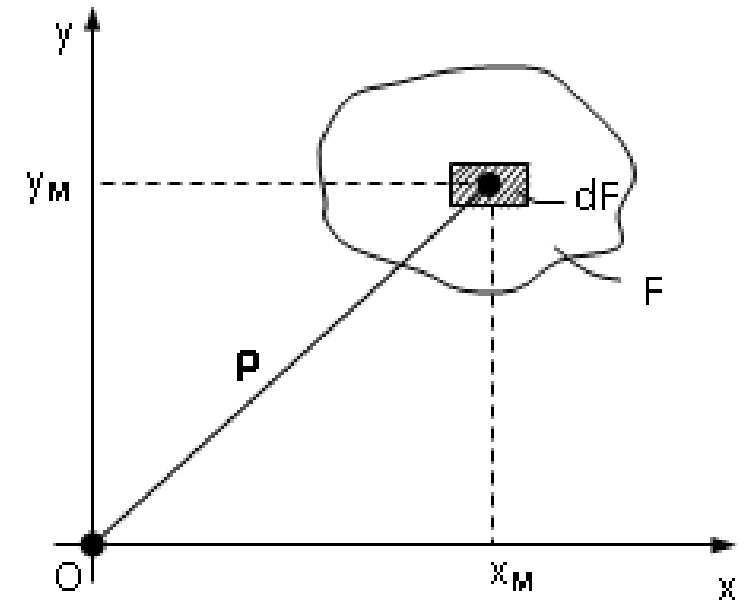
$$S_x = \int_F y dF \quad S_y = \int_F x dF$$

Trong đó: F - Diện tích của mặt cắt (m^2)

dF - Phân tố diện tích

x và y - Toạ độ của phân tố đó (m)

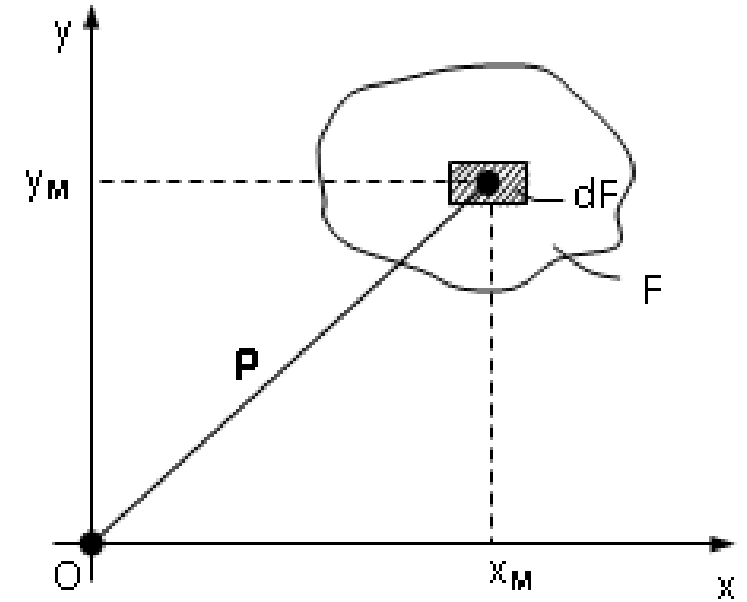
Đơn vị moment tĩnh (m^3)



1. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT TĨNH

1.1. Định nghĩa:

- **Trục trung tâm** là trục có **moment tĩnh** của diện tích F đối với trục đó **bằng không**. Trọng tâm là giao điểm của hai trục trung tâm của mặt cắt.
- *Vậy, moment tĩnh đối với một trục đi qua trọng tâm sẽ bằng không.*



1. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT TĨNH

1.2. Công thức xác định tọa độ trọng tâm:

Gọi C là trọng tâm của mặt cắt có diện tích là F.

Tọa độ của trọng tâm được xác định theo công thức:

$$x_C = \frac{S_y}{F} \quad ; \quad y_C = \frac{S_x}{F}$$

- *Nếu mặt cắt có trục đối xứng thì trọng tâm sẽ nằm trên trục này vì moment tĩnh đối với trục bằng không.*

1. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT TĨNH

1.2. Công thức xác định tọa độ trọng tâm:

➤ *Nếu mặt cắt ngang có hình dáng phức tạp thì moment tĩnh của hình phức tạp bằng tổng moment tĩnh của các hình đơn giản ghép lại.*

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n x_i F_i}{F} \quad ; \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^n y_i F_i}{F}$$

Trong đó: x_i, y_i - tọa độ trọng tâm của hình đơn giản thứ i

F_i - diện tích của hình đơn giản thứ i .

1. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT TĨNH

Ví dụ: Xác định trọng tâm của hình phẳng có kích thước cho trên hình vẽ.

Giải:

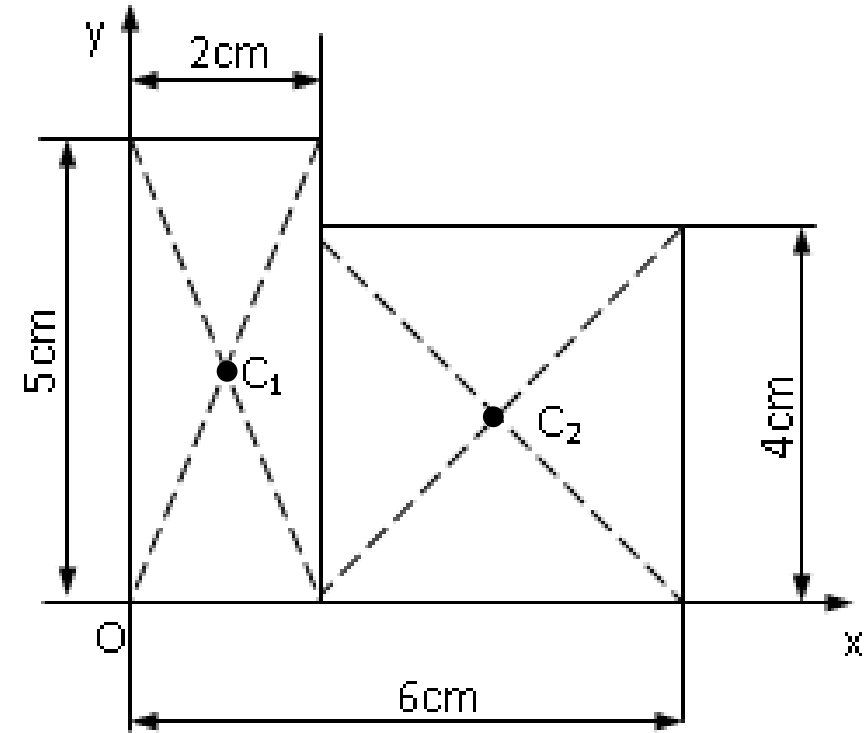
$$C_1 (x_1= 1, y_1= 2,5) \text{ và } F_1= 2. 5 = 10 \text{ cm}^2$$

$$C_2 (x_2= 4, y_2= 2) \text{ và } F_2= 4. 4 = 16 \text{ cm}^2$$

$$F = F_1+ F_2= 26 \text{ cm}^2$$

$$x_C = \frac{x_1F_1 + x_2F_2}{F} = \frac{10.1+16.4}{26} = 2,85\text{cm}$$

$$y_C = \frac{y_1F_1 + y_2F_2}{F} = \frac{10.2,5+16.2}{26} = 2,2\text{cm}$$



$$\rightarrow C (x_C= 2,85 ; y_C= 2,2)$$

2. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT QUÁN TÍNH

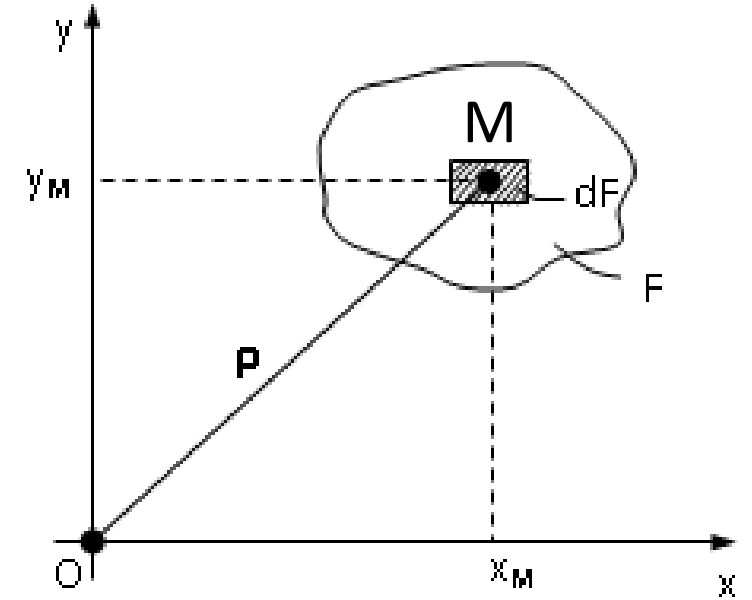
Mục tiêu:

- *Trình bày được khái niệm về moment quán tính*
- *Tính được moment quán tính chính trung tâm*
- *Có ý thức trách nhiệm, chủ động học tập.*

2. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT QUÁN TÍNH

2.1. Định nghĩa:

Moment quán tính của mặt cắt (hay moment quán tính độ cực) đối với điểm O được định nghĩa bằng biểu thức tích phân: $J_o = \int_F \rho^2 dF$



Trong đó: ρ là khoảng cách từ tâm M đến gốc tọa độ O.

Nếu thay ρ bằng khoảng cách từ M đến trục x và y, moment quán tính đối với trục x và y là: $J_x = \int_F y^2 dF$; $J_y = \int_F x^2 dF$

Đơn vị: m^4

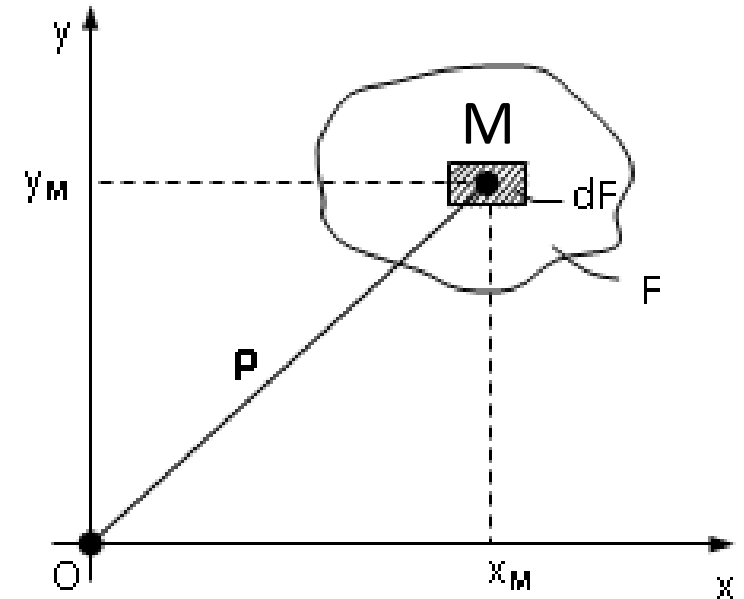
2. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT QUÁN TÍNH

2.1. Định nghĩa:

Moment quán tính ly tâm của mặt cắt đối với hệ trục x, y được định nghĩa bằng biểu thức tích phân: $J_{xy} = \int_F xy dF$

Vì $\rho^2 = x^2 + y^2$ nên $J_o = J_x + J_y$

- **Tính chất:** Moment quán tính của một hình phức tạp bằng tổng moment quán tính của từng hình đơn giản.



2. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT QUÁN TÍNH

2.2. Hệ trục quán tính chính trung tâm (QTCTT):

Một hệ trục toạ độ có **moment quán tính ly tâm** đối với hệ trục đó **bằng không** được gọi là hệ trục **quán tính chính**.

Hệ trục quán tính chính đi qua trọng tâm mặt cắt được gọi là hệ trục quán tính chính trung tâm. Đối với hệ trục này, ta có:

$$S_x = 0 ; S_y = 0 ; J_{xy} = 0$$

➤ **Tính chất:** *Khi diện tích F có một trục đối xứng thì bất kỳ hệ trục vuông góc nào chứa trục đối xứng đều là hệ trục quán tính chính của mặt cắt.*

2. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT QUÁN TÍNH

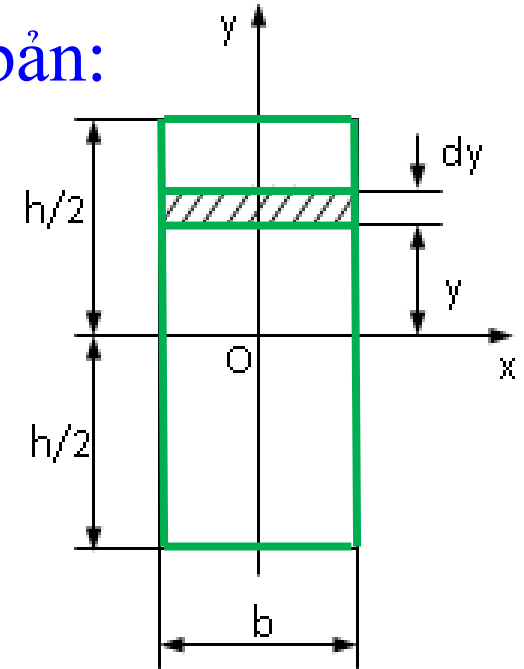
2.3. Công thức tính moment quán tính của một số hình cơ bản:

2.3.1. Hình chữ nhật kích thước (b.h):

Hệ có hai trục đối xứng x và y nên đồng thời là hệ QTCTT. Ta có:

$$J_x = \int_F y^2 dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_y = \int_F x^2 dF = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} x^2 h dx = \frac{hb^3}{12}$$

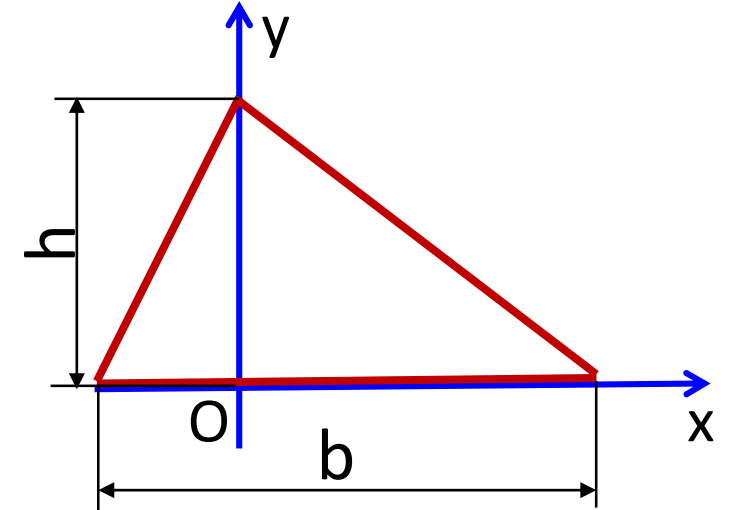


2. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT QUÁN TÍNH

2.3. Công thức tính moment quán tính của một số hình cơ bản:

2.3.2. Hình tam giác:

Moment quán tính của tam giác đối với trục x đi qua đáy: $J_x = \frac{bh^3}{12}$

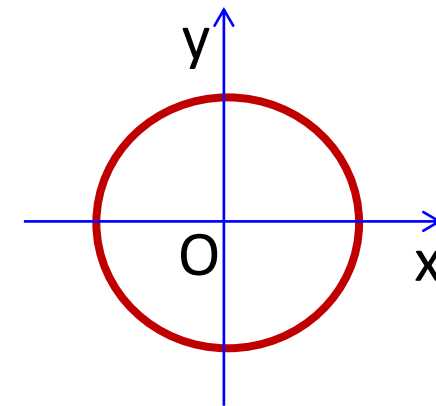


2.3.3. Hình tròn - Hình vành khăn:

- Hình tròn: $J_o = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 0,1d^4$

$$J_o = J_x + J_y = 2J_x = 2J_y$$

$$\Rightarrow J_x = J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \approx 0,05d^4$$



2. KHÁI NIỆM VỀ MOMENT QUÁN TÍNH

2.3. Công thức tính moment quán tính của một số hình cơ bản:

2.3.3. Hình tròn - Hình vành khăn:

- Hình vành khăn :

$$J_o = J_o^{(D)} - J_o^{(d)} = \frac{\pi \cdot D^4}{32} - \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 0,1D^4(1 - \alpha^4)$$

$$\text{Với } \alpha = \frac{d}{D}$$

$$\Rightarrow J_x = J_y \approx 0,05D^4(1 - \alpha^4)$$

